



Cálculo no lineal: ventajas e inconvenientes.

SASTRE SASTRE Ramon*, GIMFERRER VILAPLANA Xavier¹,

*Director Académico del
Máster Parametric Design in Architecture
Universitat Politècnica de Catalunya
ramon.sastre@upc.edu

¹ Profesor en la ETS Arquitectura del Vallès
Dpt. Tecnología de l'Arquitectura
Universitat Politècnica de Catalunya
xavier.gimferrer@upc.edu

Resumen (abstract)

El cálculo no lineal es aquel que no contempla la proporcionalidad entre las acciones y los resultados. No es habitual en el análisis de la gran mayoría de edificios, ya que en ellos las deformaciones son tan pequeñas que podemos aplicar sin problemas el cálculo lineal (acciones proporcionales a los resultados). En las tensoestructuras las deformaciones (desplazamientos y giros) pueden ser tan grandes que no permiten usar esta proporcionalidad. Esta particularidad suele producir inconvenientes pero a veces puede presentar ventajas. Vamos a analizar cómo ello influye en una diversidad de aspectos: problemas a la hora de analizar combinaciones de hipótesis, necesidad de calcular el máximo conjunto de elementos de una sola vez, lo cual suele ser ventajoso en el resultado. Otros aspectos importantes a considerar pueden ser la aplicación de los coeficientes de seguridad, tanto a cargas como a materiales, el análisis de la estructura redundante, acumulación de cargas por deformación...

De todas formas, también es cierto que en algunas circunstancias, con deformaciones pequeñas esta importancia desaparece y podemos usar el tipo de cálculo que sea más cómodo, seguramente el cálculo lineal.

Palabras Clave: cálculo no lineal, cálculo integrado, combinación cargas, redundancia

1. Introducción

El análisis o cálculo de estructuras, tal como lo entendemos hoy en día, cuando el cálculo digital (con ordenadores/computadoras) es lo más normal del mundo, podemos decir que consiste en resolver un sistema de ecuaciones, donde las incógnitas son los desplazamientos y giros de unos puntos que llamamos nudos. Estos puntos se hallan dispuestos de forma que ocupen los puntos más singulares de la estructura y si ésta es muy grande y uniforme, dispuestos de la forma más regular posible.

De la forma en que conectemos estos nudos obtendremos las dos formas más comunes de analizar las estructuras. Si los conectamos de dos en dos, aparecerán unas líneas (normalmente rectas) que llamaremos "barras". Si los conectamos en grupos de más de dos, aparecerán una serie de geometrías más o menos complejas (por ejemplo con tres puntos obtendremos un triángulo) en 2D o en 3D. Uniendo estos elementos más simples podemos generar elementos mucho más complejos,

éste sería el caso de la generación de superficies tridimensionales complejas donde un triángulo siempre es una geometría en 2D, pero al unirse varios triángulos en el espacio pueden formar una malla tridimensional más compleja en 3D. Este tipo de análisis lo llamaremos por "elementos finitos". Incluso podemos analizar por elementos finitos, elementos de dos nudos que ya hemos dicho que llamamos barras.

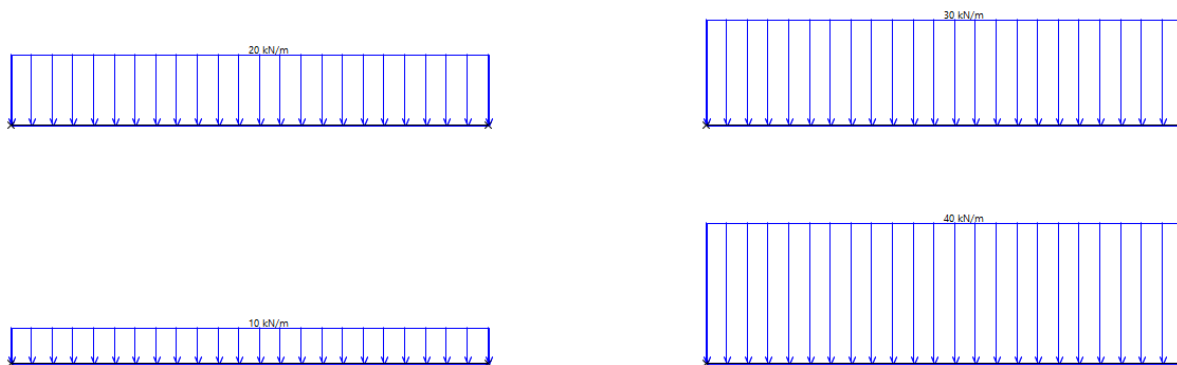
Cuando aplicamos unas acciones (cargas, presiones, incrementos de temperatura...) a una estructura, ésta se deforma (los puntos se desplazan o giran) hasta conseguir el equilibrio.

Así pues, como ya hemos dicho, encontrar estos desplazamientos y giros es el problema que hay que resolver en el análisis o cálculo de una estructura. Para ello, en función del tipo y forma de las barras y los elementos finitos, se organizan una serie de ecuaciones que forman un sistema resoluble. El software en cuestión se encargará de resolver este sistema de la manera más rápida posible y con el mínimo error.

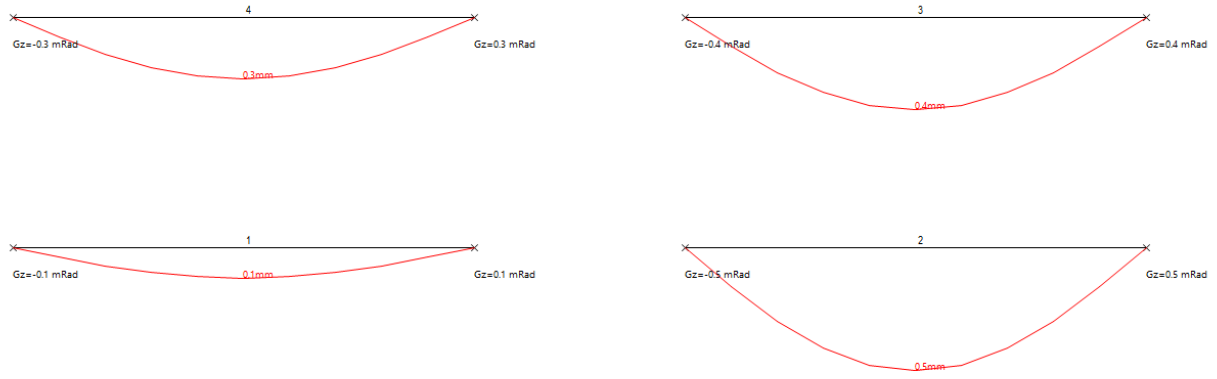
2. El cálculo lineal [1]

Es fácil observar como en la mayoría de estructuras de edificación existe una proporcionalidad directa entre las acciones y los resultados (desplazamientos y giros de los nudos). Si realizamos un gráfico en dos dimensiones (ordenadas y abscisas) y colocamos unos puntos que relacionan el valor de una acción con un determinado desplazamiento, observaremos que estos puntos forman una recta. De aquí el nombre de cálculo lineal para este tipo tan común de estructuras.

A continuación se muestran los gráficos de una viga biarticulada con una carga uniforme repartida. No se ha tenido en cuenta el peso propio. Se han analizado 4 casos iguales con cargas de 10, 20, 30 y 40 kN/m.

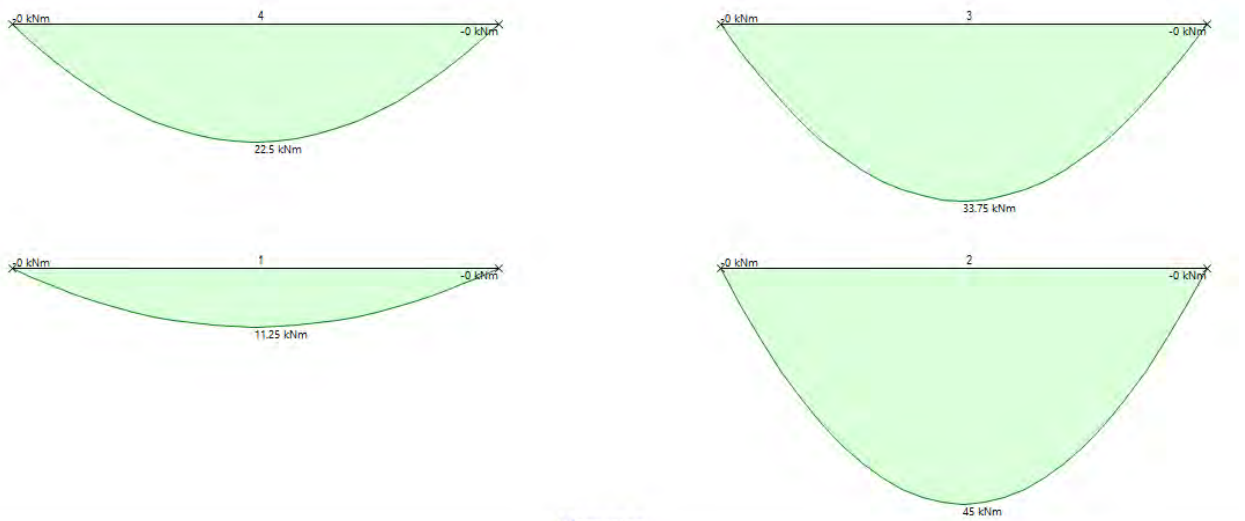


Podemos observar que los resultados de deformaciones y momentos (se han tomado estos dos gráficos, pero podríamos analizar cualquier otro resultado) son exactamente proporcionales a los valores 10, 20, 30 y 40. Téngase en cuenta que las deformaciones que se presentan a continuación están exageradas más 1000 veces, ya que la flecha real del caso analizado oscila entre 0,13 mm y 0,52 mm, es decir valores "muy pequeños".



Deformaciones

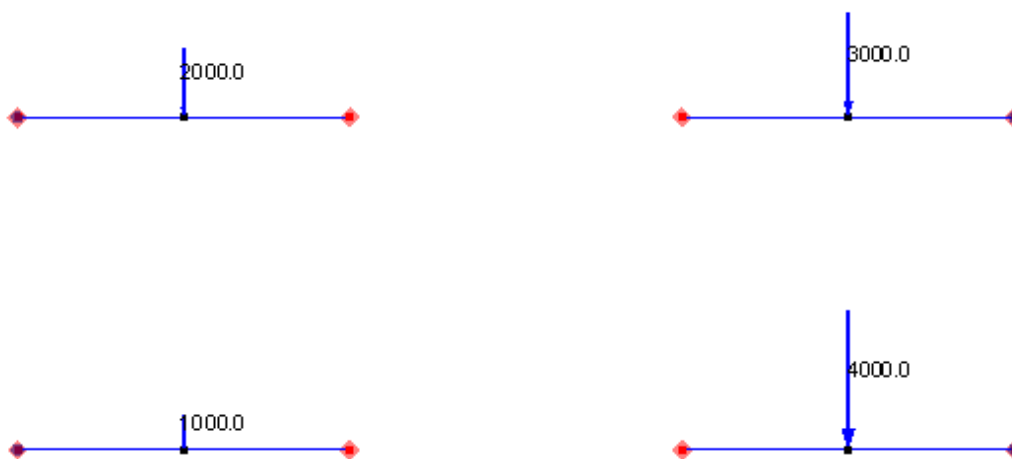
En realidad hemos calculado 4 vigas sin necesidad de ello. Con calcular la primera y aplicar el coeficiente de proporcionalidad de la carga aplicada era suficiente para encontrar todos los resultados. También los momentos que vienen a continuación.



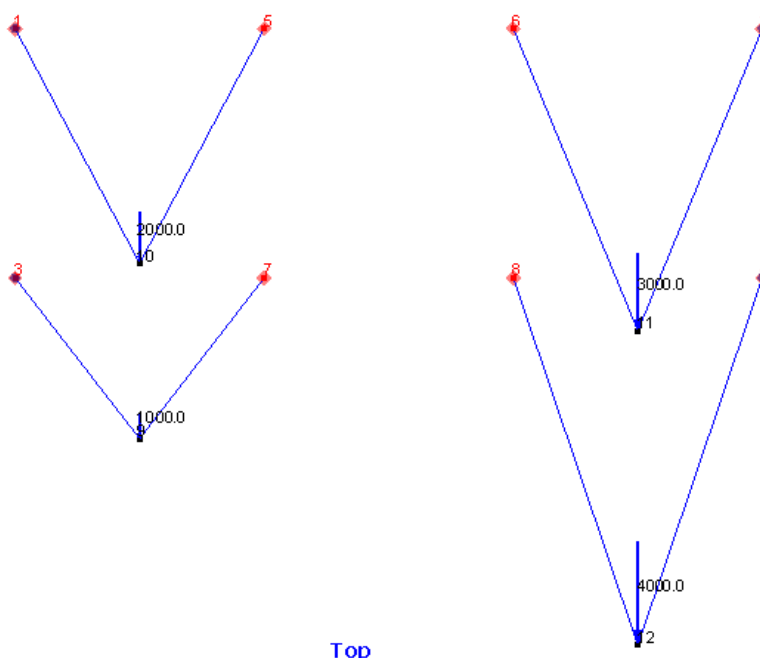
Momentos

2. El cálculo no lineal [2]

Antes hemos comentado que los valores de la deformación eran "muy pequeños". En realidad ésta es la razón por la que usamos un cálculo lineal. Porque los desplazamiento o giros son muy pequeños. Si los desplazamientos no son pequeños los resultados no son proporcionales a las acciones. Veamos un ejemplo muy sencillo. Imaginemos una goma elástica (de ciertas características que ahora no importan) tensada horizontalmente aplicando una carga en medio de valor 1, 2, 3 y 4 kN (en la imagen expresada en N)



Si realizamos el cálculo hasta encontrar el equilibrio, es decir que al deformarse la goma elástica, crea unas fuerzas que equilibran la carga puntual que hemos aplicado, obtendremos una deformación de este tipo:



Top

Es fácil observar como ahora la deformación producida por 1 kN (abajo a la izquierda) no es la cuarta parte de la deformación producida por 4 kN (abajo ala derecha). Es decir no existe una proporcionalidad entre acciones y reacciones. Para realizar este cálculo ha sido necesario aplicar un análisis no lineal.

Y ésta es la primera y quizás más importante conclusión que podemos sacar: cuando los desplazamientos o giros son importantes debemos realizar un cálculo no lineal para obtener resultados válidos.

3. Las tensoestructuras y el cálculo lineal/no lineal

Las tensoestructuras (o estructuras tensadas con membranas) suelen ser ejemplos típicos de estructuras con grandes desplazamientos. La mayoría de las veces, al someter estas estructuras a

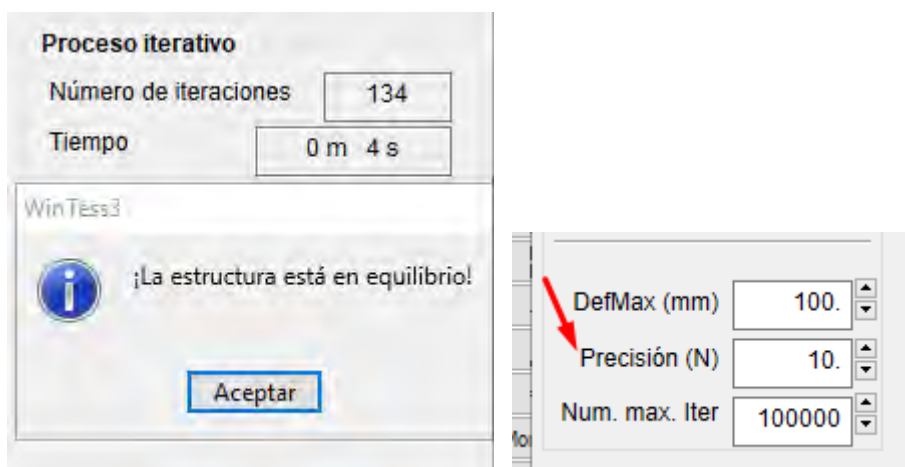
cargas de viento o nieve, sufren desplazamientos que son apreciables a simple vista. Pero no sucede lo mismo si lo que aplicamos es un pretensado. En este caso es muy posible que no se pueda apreciar a simple vista ningún desplazamiento.

Así pues, si deseamos analizar una estructura bajo una acción de pretensado, posiblemente podamos hacerlo con una herramienta (software) de cálculo lineal, siempre verificando la coherencia del resultado con las propiedades del material analizado, por ejemplo se debería corroborar que en el resultado final todos los elementos de membrana estén traccionados, en caso contrario el análisis no sería válido dada la incapacidad del material de admitir compresiones. Pero si deseamos analizar las acciones más importantes como viento o nieve, seguro que deberemos utilizar una herramienta de cálculo no lineal.

Pero, ¿por qué debemos preocuparnos por esa posibilidad? ¿Qué diferencia hay entre un cálculo lineal y un cálculo no lineal? La respuesta puede ser más compleja, pero básicamente podemos decir que en el cálculo lineal se busca un equilibrio entre las acciones y las reacciones producidas por los desplazamientos y giros de los nudos, todo ello sobre la geometría inicial de la estructura. Obviamente no debería ser así, ya que el equilibrio que nos interesa es el que existe una vez aplicadas las acciones y producidos los desplazamientos y giros. Cuando estos desplazamientos y giros son muy pequeños (prácticamente inapreciables a simple vista), la geometría inicial y la geometría final de la estructura prácticamente coinciden.

En el cálculo no lineal el equilibrio se busca sobre la geometría final (con los desplazamientos y giros que se hayan producido). Cuando éstos no son pequeños, generalmente apreciables a simple vista, este método es el único válido.

¿Por qué no usamos, pues, siempre el cálculo no lineal, si es el más exacto? Porque el proceso de cálculo es más lento. Lo habitual es realizar este cálculo no lineal mediante un proceso iterativo. Buscamos los desplazamientos y giros por cualquier método, comprobamos el equilibrio en la geometría final y seguimos calculando aplicando como nuevas acciones los disequilibrios que todavía quedan. Repetimos esta operación tantas veces como haga falta, hasta que las magnitudes todavía no equilibradas son suficientemente pequeñas (precisión) y las consideramos admisibles o aceptables. A este proceso se le llama convergencia. Una buena convergencia existe cuando el proceso es rápido y encontramos el equilibrio con pocas iteraciones. Una mala convergencia es lo contrario y, finalmente, diremos que no hay convergencia si no podemos encontrar el equilibrio por más iteraciones que realicemos.



4. Otras razones para el cálculo no lineal

Hemos visto hasta ahora que la razón principal del cálculo no lineal es geométrica. Pero no es la única. Existen otras causas o razones por la que es necesario realizar un cálculo no lineal:

1. Módulo de elasticidad del material (o materiales) no constante. Es evidente que si el módulo de elasticidad cambia según la deformación de los elementos estructurales, el equilibrio debe calcularse con el módulo de elasticidad correspondiente a la configuración final. El propio hormigón tiene un módulo de elasticidad E no constante, pero la variación es suficientemente pequeña (las deformaciones de los elementos de hormigón son

pequeñas: no apreciables a simple vista) para que normalmente no se tenga en cuenta.

2. Acciones no constantes: El viento se traduce a una fuerza vertical a la superficie (puede ser presión o succión). Es evidente que si el movimiento de la estructura es grande, estas normales (perpendiculares) van a variar también, por lo tanto será necesario un cálculo no lineal ya que la geometría final modifica las cargas aplicadas.

Lo mismo podríamos decir de la nieve, aunque en este caso el problema es distinto, ya que la nieve cae despacio y el cambio de geometría puede ser anterior o posterior a la aplicación de la carga. De todas formas, excepto en aquellos casos en que la nieve puede desplazarse ostensiblemente debido al movimiento de la estructura, no suele ser necesario aplicar un cambio de carga de nieve.

3. Elementos estructurales que aparecen o desaparecen. Dicho de esta forma puede parecer un poco esotérico, pero me refiero a elementos estructurales (por ejemplo los cables que solamente pueden trabajar a tracción) que con cierta geometría están acortados y no hacen nada desde el punto de vista estructural, pero que en un momento dado, al cambiar la geometría se encuentran alargados y entonces están sometidos a un esfuerzo de tracción que puede ser muy importante. Lo mismo le sucede a una membrana que no puede soportar compresiones y se arruga, pero que si por el cambio geométrico queda alargada estará sometida a tracción.
4. Otros...

5. Ventajas del cálculo no lineal

El hecho de que el cálculo no lineal deba realizarse mediante un método iterativo, es decir repetitivo, para comprobar en cada iteración cual es el desequilibrio y seguir analizando, tiene sus ventajas. De hecho estas ventajas van muy ligadas a lo que se ha comentado en el apartado anterior (4. Otras razones para el cálculo no lineal). En cada iteración, en el momento de comprobar cuál es el desequilibrio existente, podemos aplicar, según la geometría del momento, todos aquellos datos que hemos visto que dependían de dicha geometría: módulo de elasticidad, modificar las acciones para adaptarlas, ver qué elementos están laxos o en tensión, etc.

Existen, además, otras ventajas con este cálculo no lineal:

- comprobación del pandeo

Sabemos que los elementos comprimidos (por ejemplo los mástiles) pueden sufrir pandeo si la carga de compresión es elevada en relación a su esbeltez. Habitualmente, con el cálculo lineal que usa la geometría inicial es imposible saberlo. Para ello las normativas han inventado unas fórmulas con las que podemos prever si el elemento va a pandear o no según su geometría y la carga aplicada. Evidentemente estas fórmulas (que son realmente complejas y muy bien estudiadas) no pueden prever todos los casos y muchas veces están demasiado por el lado de la seguridad. Lo mismo sucede cuando un elemento por pertenecer a un conjunto mucho mayor y más complejo no puede colapsar por pandeo, aunque sea cierto que pueda quedar inservible desde el punto de vista de cálculo (por ejemplo un pilar en una estructura global de un edificio con muchos pilares). Pues bien, si realizamos un cálculo no lineal, podemos dividir una barra comprimida en muchas sub-barras y observar la curvatura de la misma, ya que es posible que no llegue a colapsar, aunque haya entrado en una fase de incipiente pandeo.

- estructura inestable

Muchas veces, sobre todo por errores absurdos, intentamos calcular una estructura que es inestable (por ejemplo, un mástil articulado por la base sin cables estabilizantes). El cálculo no lineal, a través de las distintas iteraciones nos irá mostrando como el mástil cae al suelo, de forma que con muy pocas iteraciones nos daremos cuenta del error y podremos corregirlo inmediatamente.

- estructura redundante [4]

Se trata de un caso particular de estructura inestable. En toda estructura de edificación es interesante saber qué pasaría si un determinado elemento estructural desapareciera. Evidentemente

en la mayoría de casos las posibilidades son enormes y no resulta ni práctico ni lógico hacer un estudio estructural de las diferentes configuraciones posibles. Ahora bien, en las tensoestructuras es muy posible que por diferentes razones (cargas excesivas, fuego, vandalismo...) la membrana desaparezca o quede inservible. En ese caso es muy importante comprobar que el resto de la estructura (sobre todo si es de gran peso) se mantiene en pie o, por lo menos, no cae en zonas dónde pueda haber personas o encima de otras estructuras poco resistentes generando un colapso en cadena.

El cálculo no lineal nos permite seguir con las iteraciones hasta un equilibrio determinado. Si no se llega a este equilibrio (falta de convergencia) o si se llega a un equilibrio imposible (por la razón que sea) sabemos que deberemos incorporar más elementos redundantes a la estructura.

- *detección de zonas de encharcamiento de agua ("ponding")*.

El hecho de trabajar en cada iteración con la geometría final nos puede servir para detectar en estructuras de membrana expuestas a la lluvia, la existencia de zonas que son susceptibles de llenarse de agua, acumulando una carga extraordinaria que incluso puede hacer colapsar la estructura completamente. Aquí la herramienta usada (software) puede ayudarnos de dos maneras: 1) señalar el peligro debido al *ponding*, 2) calcular la carga que representa dicho *ponding* y seguir analizando la estructura con ello.

6. Inconvenientes del cálculo no lineal

El principal inconveniente ya ha sido comentado. Se trata de tener que repetir el cálculo muchas veces, con lo que el análisis se hace mucho más largo. Es realmente el inconveniente más claro para el usuario de dicho cálculo (normalmente a través de un software). Sin embargo, para el que crea el software, existen inconvenientes añadidos, ya que no solamente debe calcular cada iteración, sino que debe encontrar un procedimiento con una buena convergencia, ya que de lo contrario el proceso puede eternizarse o no llegar nunca al equilibrio. Por lo tanto podríamos concluir que en algunos casos simples, con movimientos de la estructura muy pequeños, un cálculo lineal tiene la ventaja de la rapidez y la de poder usar muchos más programas, ya que existen más debido a la facilidad de su creación y generalmente presentan una mayor facilidad para el usuario en su utilización e interpretación de los resultados.

Ahora bien, ya hemos comentado que en el caso de las tensoestructuras, difícilmente nos encontraremos con estructuras con movimientos muy pequeños, exceptuando el análisis del pretensado de una estructura.

Pero dónde más inconvenientes podemos observar es en el tratamiento de los coeficientes de seguridad y en la combinación de hipótesis de carga. En la mayoría de edificios de arquitectura, el cálculo de la estructura se realiza mediante un análisis para cada una de las acciones básicas: peso propio, concargas (cargas permanentes), sobrecargas (cargas no permanentes) como uso, viento, nieve, sismo, térmicas, etc. que posteriormente se combinan de manera lineal, sumando o multiplicando los resultados, para obtener los resultados de las distintas combinatorias a analizar. Las propias normativas obligatorias de cálculo de cada país nos indican cuales son las acciones que debemos contemplar. Y en general nos obligan también a tener en cuenta un grupo de combinaciones de estas acciones. Pero lo más engorroso es que en cada una de estas combinaciones debemos mayorar (aumentar) las acciones con un valor determinado: 1.1, 1.35, 1.5, etc.

En el cálculo lineal eso no es ningún problema, ya que al ser proporcionales las acciones y los resultados, podemos analizar cada acción por separado y luego al combinarlas con otras acciones, multiplicamos los resultados de cada acción por su propio coeficiente de seguridad que será diferente para cada una.

Es fácil que en el cálculo de un cierto edificio de hormigón tengamos decenas de combinaciones. El coste (desde el punto de vista de tiempo y software) es prácticamente nulo.

En el cálculo no lineal no podemos realizar esta operación, puesto que ya hemos comentado que los resultados no son proporcionales a las acciones, de tal manera que el cálculo debe realizarse con la totalidad de las cargas a analizar ya que la suma de los resultados de las acciones simples no se corresponde con el resultado de las acciones combinadas

7. Cálculo no lineal y coeficientes de seguridad [3]

Como consecuencia de lo expuesto en el párrafo anterior surge otro elemento de discusión.

Cuando analizamos un caso estructural, ¿debemos aplicar un coeficiente de mayoración a las

acciones? En general, casi todas las normativas estructurales de cualquier país, suele imponer la necesidad de aplicar factores o coeficientes de mayoración de acciones. Pero sabemos que en el cálculo no lineal, las acciones no son proporcionales a los resultados, por lo tanto si aplicamos una carga mayorada tendremos un resultado que corresponde a una deformación que no existe, ya que la carga está mayorada. En el cálculo lineal esto no tiene la menor importancia ya que con cualquier carga y los resultados obtenidos con ella podemos saber los resultados de cualquier otra carga, con el coeficiente de mayoración que queramos aplicar.

Teniendo en cuenta que los coeficientes de mayoración de acciones se complementan con los coeficientes de minoración de resistencia de los materiales, se nos brindan dos posibilidades para afrontar este problema del cálculo no lineal y los coeficientes de seguridad:

1. Aplicamos, igual que en el cálculo lineal, un coeficiente de mayoración de las acciones y otro de minoración de los materiales: γ_a y γ_m

$$\frac{\text{Acciones} \cdot \gamma_a}{\text{Resistencia del material} / \gamma_m}$$

Tiene la ventaja de que usamos el mismo criterio que en el cálculo lineal, pero en algunos casos los resultados obtenidos podrían ser muy diferentes de los reales, por culpa del coeficiente de mayoración

2. No aplicamos coeficiente de mayoración en las acciones (así no tenemos ninguna distorsión en los resultados) pero acumulamos los dos coeficientes de seguridad en los materiales.

$$\frac{\text{Acciones} \cdot 1}{\text{Resistencia del material} / (\gamma_m \cdot \gamma_a)}$$

Será el criterio del analista el que prevalega y es posible que según los casos sea mejor usar uno u otro criterio.

Citas:

- [1] Jesús Ortiz & José Ignacio Hernando, *Estructuras de Edificación. Análisis lineal y no lineal*, Ariel Ciencia y Tecnología, 2002
- [2] Ramon Sastre, <http://blogwintess.blogspot.com/2012/05/calculo-no-lineal.html>, Blog WinTess, 2012
- [3] Ramon Sastre, <http://blogwintess.blogspot.com/2015/05/coeficientes-de-seguridad-y.html>, Blog WinTess, 2015
- [4] Ramon Sastre, <http://blogwintess.blogspot.com/2017/02/redundancia.html>, Blog WinTess, 2017